



Úvod

- Příklad na použití Biot - Savartova zákona:

Výpočet vektoru magnetické intenzity na ose závitů protékajícího stacionárním proudem

- Výpočet a znázornění intenzity ve Fraunhoferových ohybových jevech:

Výpočet a grafické znázornění rozložení intenzity ve Fraunhoferově ohybovém jevu na obdélníkovém otvoru

- Výpočet a znázornění elektrických polí elektrostatických multipólů složených z bodových elektrických nábojů:

Ekvipotenciální hladiny a orientace vektoru elektrické intenzity v polích axiálních multipólů - dipól, axiální oktapól



Příklad 1/1

Výpočet velikosti vektoru magnetické intenzity H na ose kruhového závitu, známe – li poloměr závitu R a velikost protékajícího stacionárního proudu I

Vykreslete závislost $H = f(z)$, kde z je vzdálenost bodu na ose závitu od roviny závitu, pro hodnoty $R = 50 \text{ mm}$ a $I = 2 \text{ A}$.

– Doporučení pro *Mathematica* CalcCenter : Vykreslit graf v mezích -0.15 az 0.15 m

– Počítáme pomocí Biot – Savartova zakona : přírůstek vektoru magnetické intenzity v bodě na ose závitu od elementu závitu $d\mathbf{l}$ je $d\mathbf{H} = \frac{I d\mathbf{l} \sin\alpha}{4\pi\rho^2}$, kde ρ je vzdálenost mezi elementem závitu $d\mathbf{l}$ a bodem na ose závitu,

α je úhel mezi $d\mathbf{l}$ a ρ . V uvažovanem příkladě je $d\mathbf{l}$ kolmé na ρ , tedy $\sin\alpha = 1$, a $d\mathbf{l} = R d\phi$

– Každý element $d\mathbf{l}$ závitu vyvolá magnetickou intenzitu v bodě na ose závitu jiného směru. Magnetická intenzita, vyvolaná dvěma protilehlými elementy $d\mathbf{l}$ dává výslednou intenzitu orientovanou kolmo na rovinu závitu, přičemž orientace vektoru magnetické intenzity je dána pravidlem pravé ruky. Za tohoto předpokladu je přírůstek velikosti vektoru magnetické intenzity na ose závitu od dvou protilehlých elementů $d\mathbf{l}$ dán výrazem $2 dH \sin\beta$, kde β je úhel mezi ρ a osou závitu

– Potom celková velikost vektoru magnetické intenzity v bodě na ose závitu ve vzdálenosti z od roviny závitu je $H = \int_0^\pi \frac{IR \sin\beta d\phi}{2\pi\rho^2} = \frac{IR \sin\beta}{2\rho^2}$,

kde $\rho = \sqrt{R^2 + z^2}$ a $\sin\beta = \frac{R}{\rho}$, tedy finalne

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}; [A/m]$$

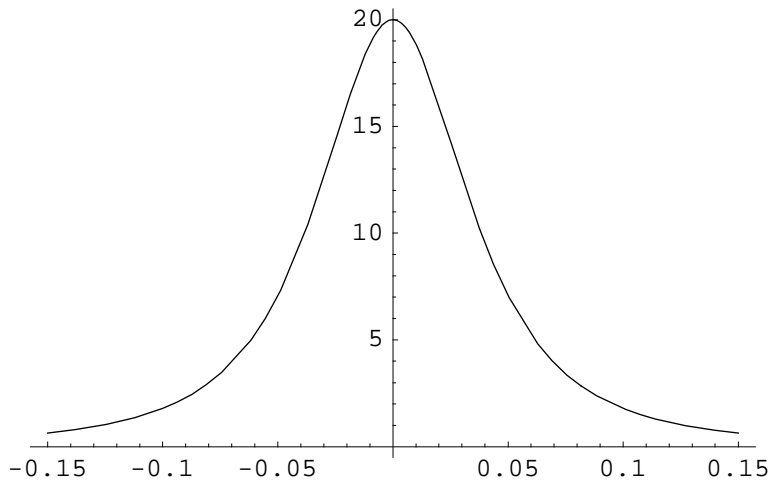


3 of 14

Příklad 1/2

```
hh = ii * R * R / (2 * (R * R + z * z) ^ (3 / 2));
R = .;
R = 5 * 10 ^ -2;
ii = .;
ii = 2;
Plot [hh, {z, -0.15, 0.15}]
```

Mathematica i Mathematica CalcCenter

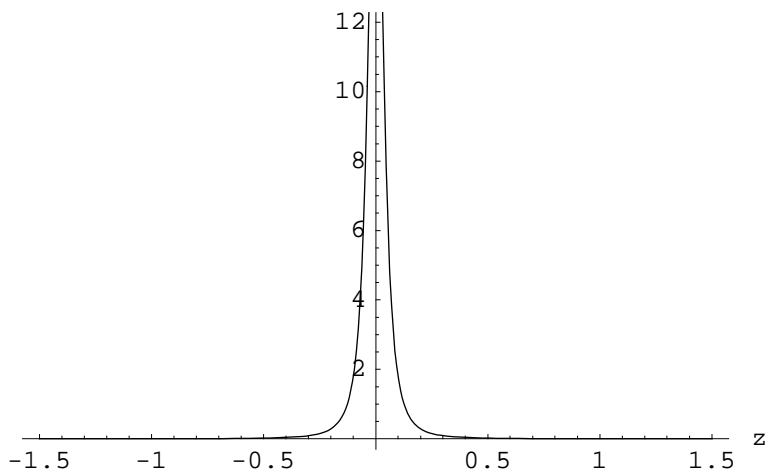


4 of 14

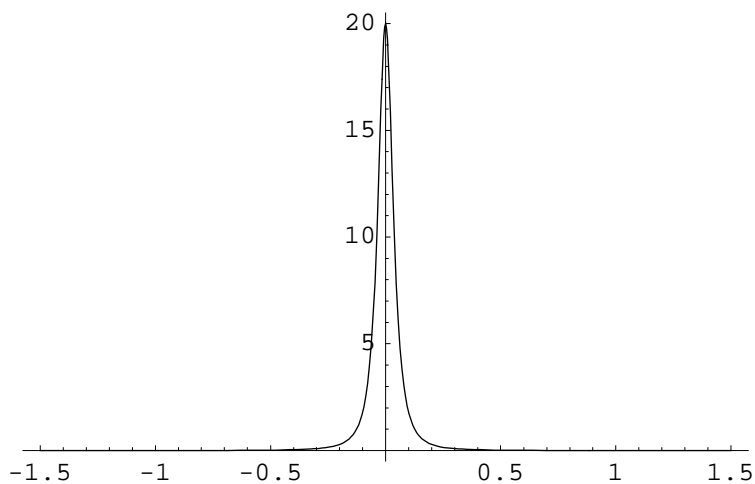
Příklad 1/3

Vykresleme graf v širších mezích, např. -1,5 m, +1,5 m,

Mathematica CalcCenter



Mathematica



Problém : Mathematica CalcCenter nemá možnost volby PlotRange v příkazech Plot



5 of 14

Příklad 1/4

Pomocí 3D grafů je možno vykreslit závislost velkosti maghentické intenzity na parametrech úlohy, kterými jsou velikost proudu I a poloměr závitu.

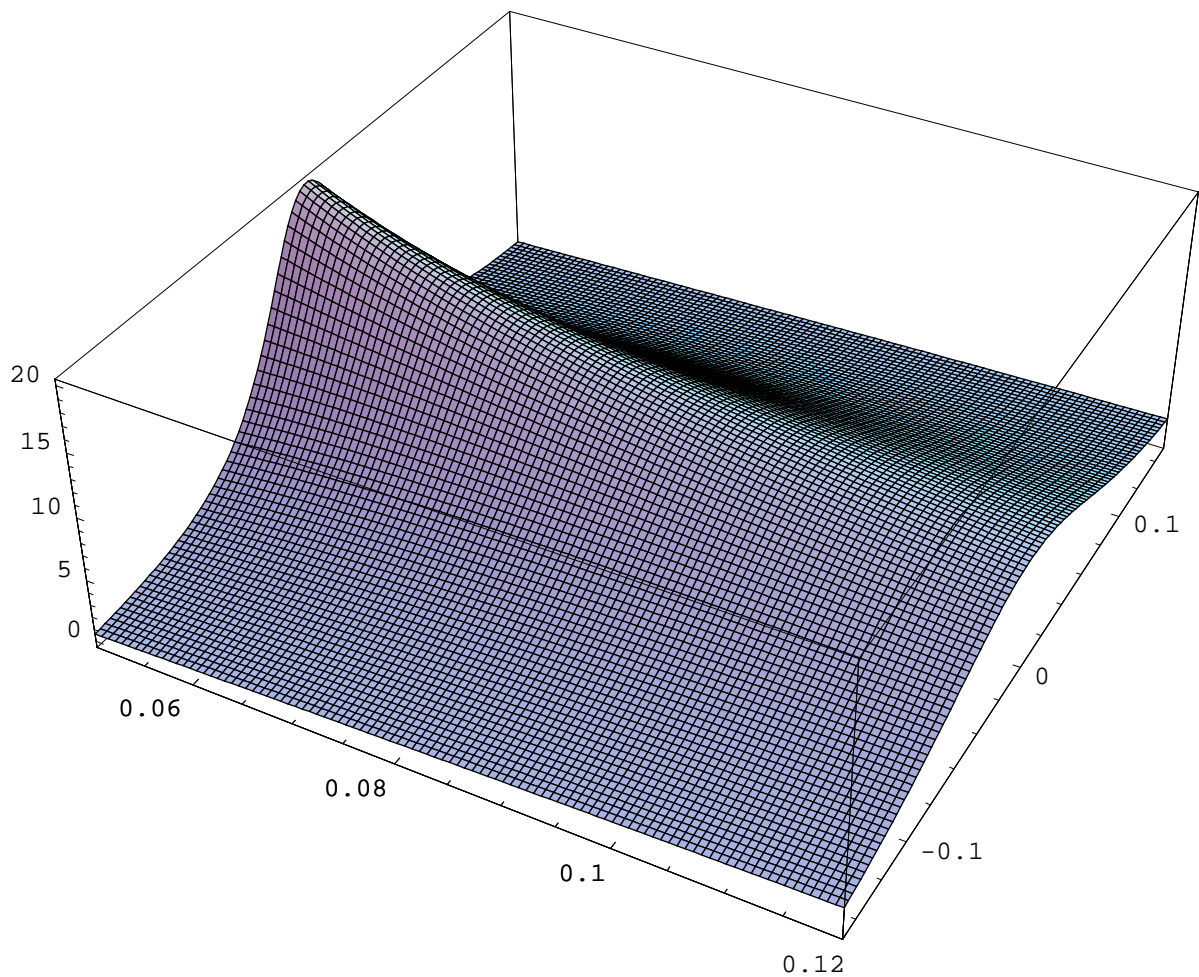
- Závislost na proudu je lineární, tedy nezajímavá
- Vykreslíme závislost na poloměru závitu v rozsahu např. 5 cm až 12 cm

```
ii = .;
```

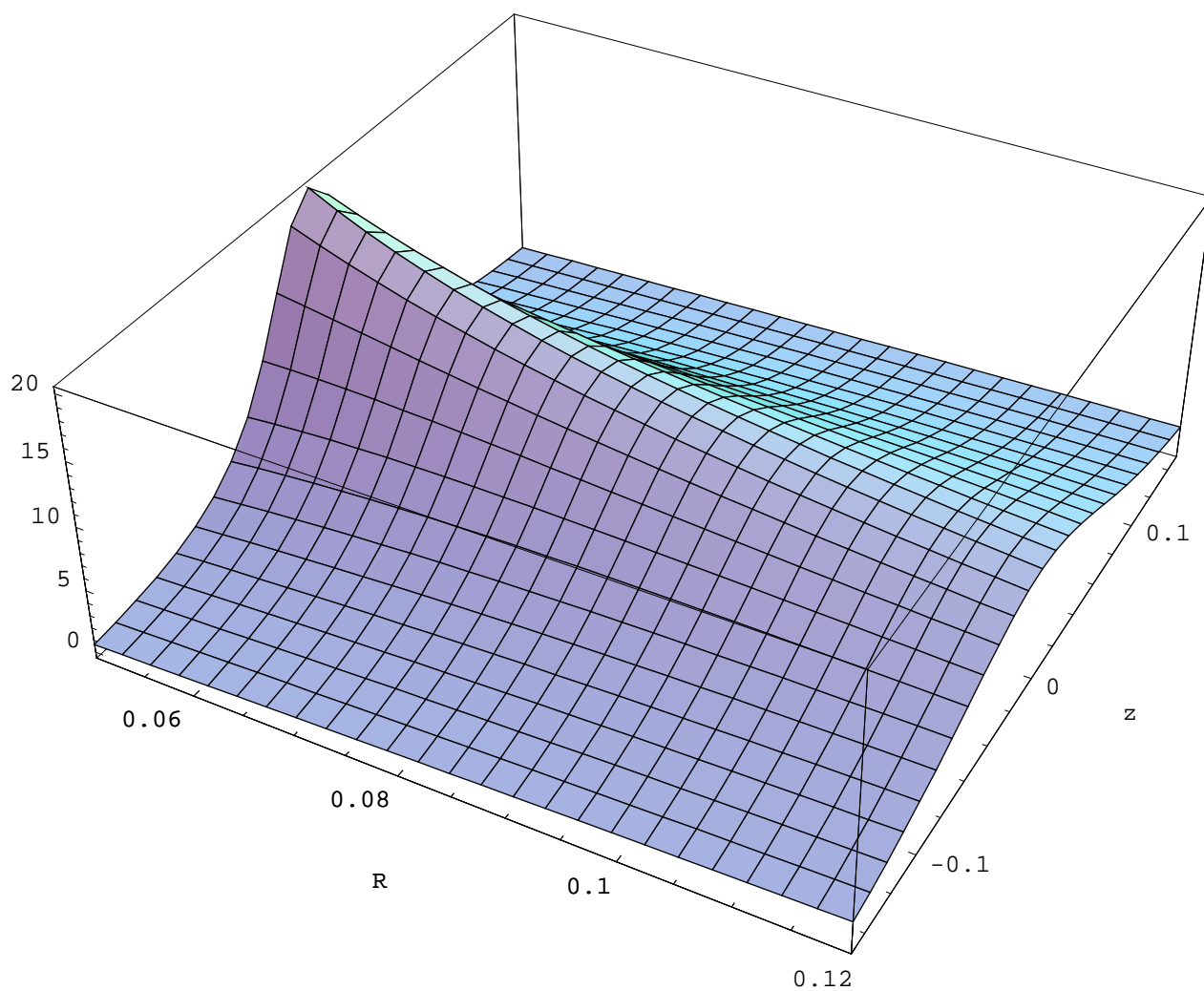
```
ii = 2;
```

```
Plot3D[ii * R * R / (2 * (R * R + z * z)^(3/2)), {R, 5 * 10^-2, 12 * 10^-2}, {z, -0.15, 0.15}, PlotPoints -> 100]
```

Mathematica



Mathematica CalcCenter



Problém : Mathematica CalcCenter nemá možnost volby `PlotPoints` v příkazu `Plot3D`

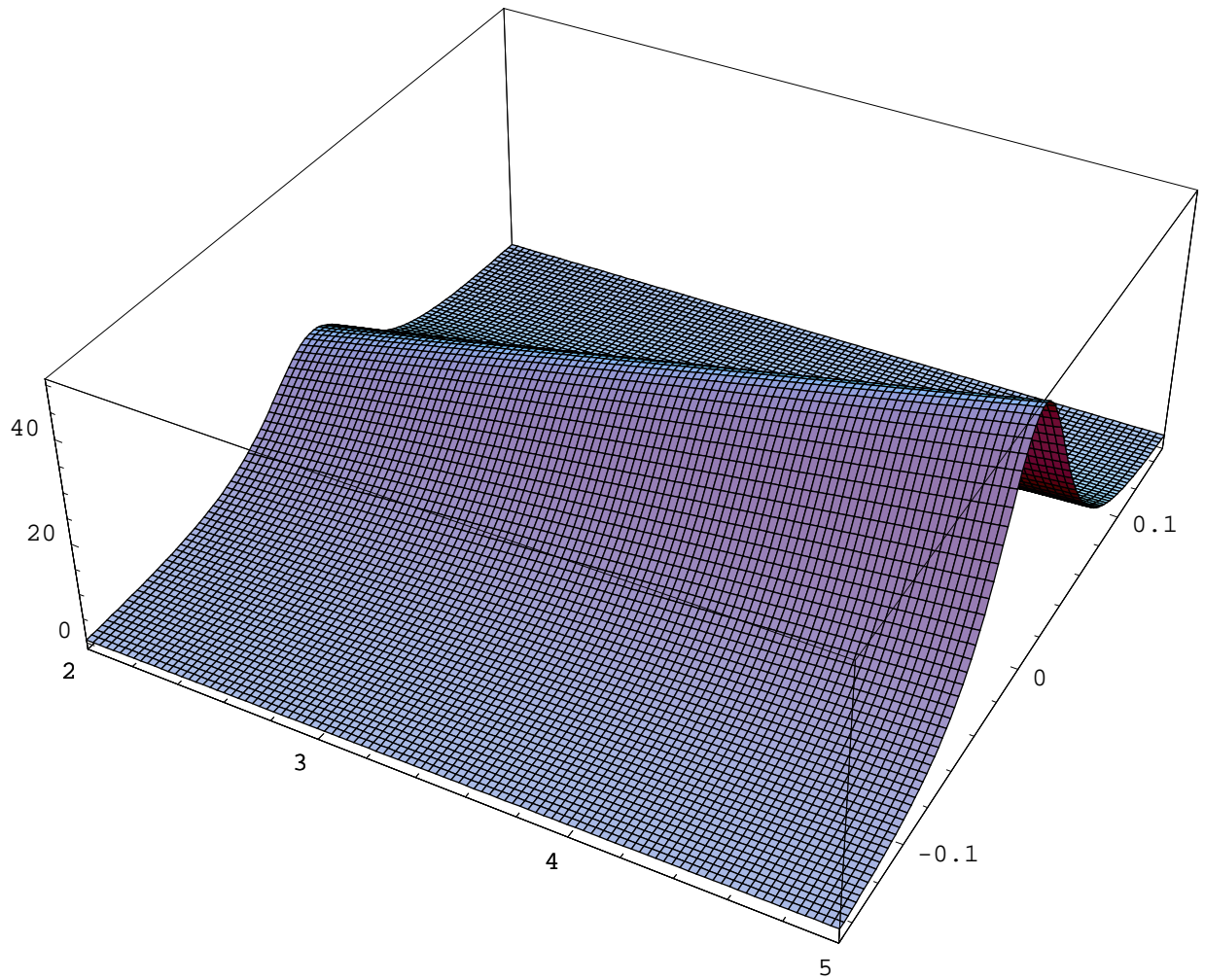


6 of 14

Příklad 1/5

Zavislost velikosti vektoru mg . intenzity na velikosti protékajícího proudu v mezích od 2 do 5 A

```
a =.;  
a = 5 * 10^-2;  
Plot3D[ii * a * a / (2 * (a * a + z * z)^(3/2)), {ii, 2, 5}, {z, -0.15, 0.15}, PlotPoints -> 100]
```



Příklad 2/1

Fraunhoferovy ohybové jevy na obdélníkovém otvoru

- osa otvoru je totožná se souřadnou osou x, strany otvoru jsou rovnoběžné se souřadnými osami y, z.

- Intenzita ve Fraunhoferově ohybovém obrazci při ohybu na obdélníkovém otvoru je dána vztahem

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(k\beta a)}{k\beta a} \right)^2 \left(\frac{\sin(k\gamma b)}{k\gamma b} \right)^2,$$

kde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ je vlnové číslo, 2a, 2b jsou rozměry obdélníkového otvoru a β , γ jsou uhly, které svírá osa obdélníkového otvoru se spojnicí středu otvoru s bodem, ve kterém je intenzita v ohybovém obrazci počítána, ve směrech souřadných os y, z

- Vykresleme intenzitu I v ohybovém obrazci za následujících předpokladů: $I_0 = 1$, $k\beta a$ se mění v mezích -6,+6, $k\gamma b$ se mění v intervalu -12,+12. To odpovídá např. těmto reálným parametrům: $\lambda = 550$ nm, $2a = 0.4$ mm, $2b = 0.8$ mm, $\beta_{\max} = \gamma_{\max} = \pm 2.63$ mrad.

- Intenzitu vykreslíme nejprve v Mathematice postupně ve formě 3D grafu v různých stupních rozlišení - např. 70, 110 a 200 bodů/šířka grafu a ve formě "hustotního" grafu, jehož výsledky se blíží fotografiím ohybových jevů

- Následně se pokusíme získat obdobné grafy v Mathematice CalcCenter

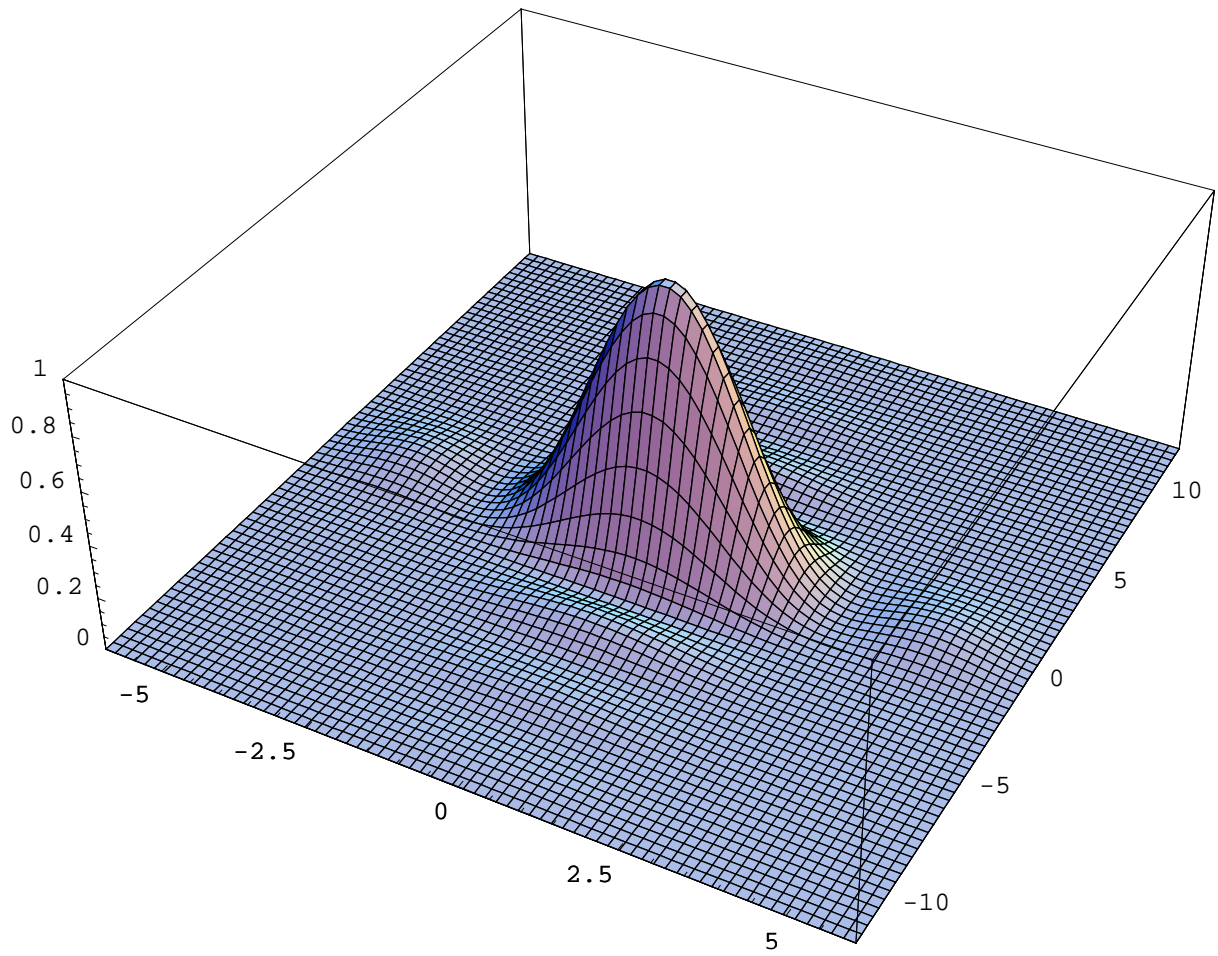


8 of 14

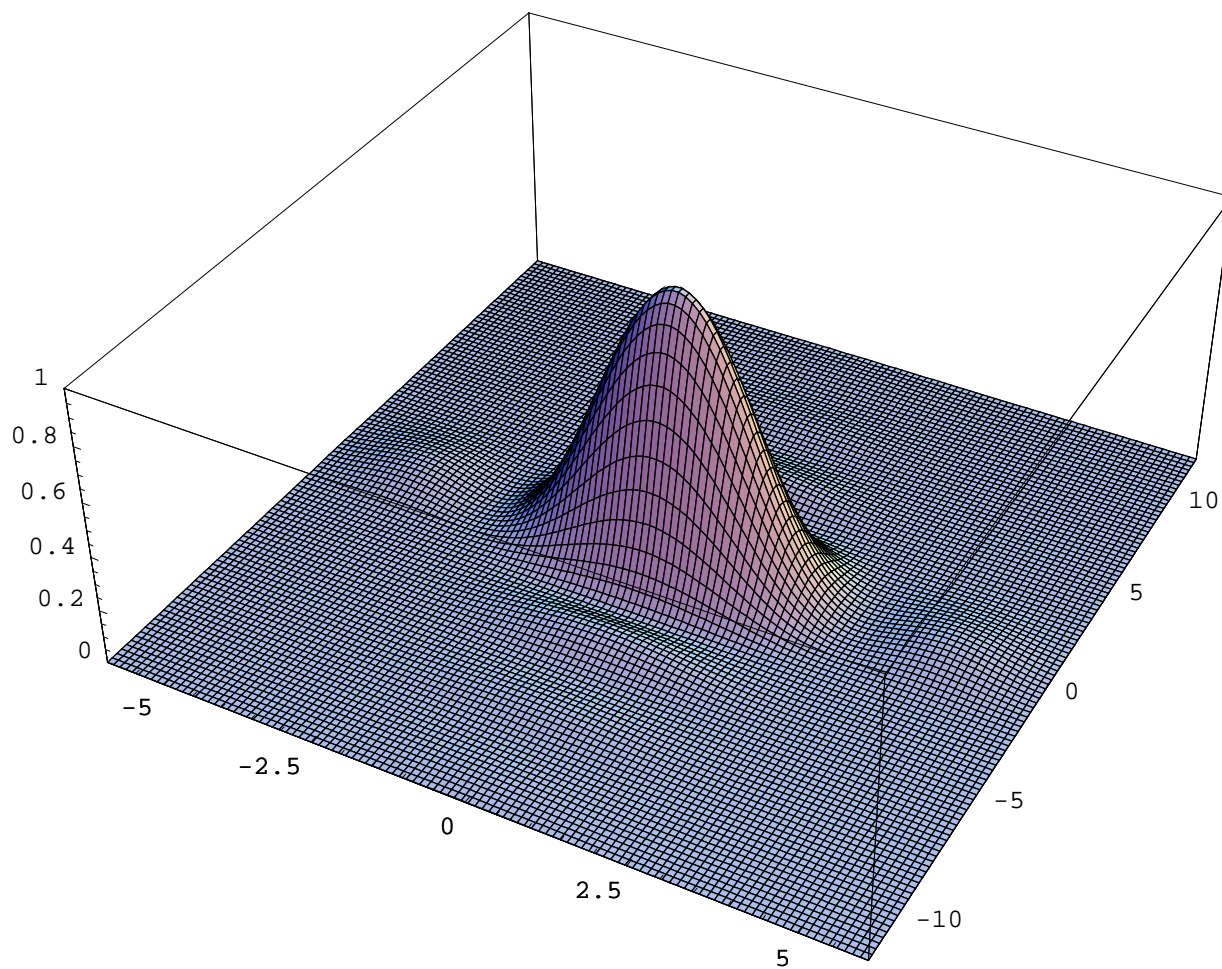
Příklad 2/2

Mathematica

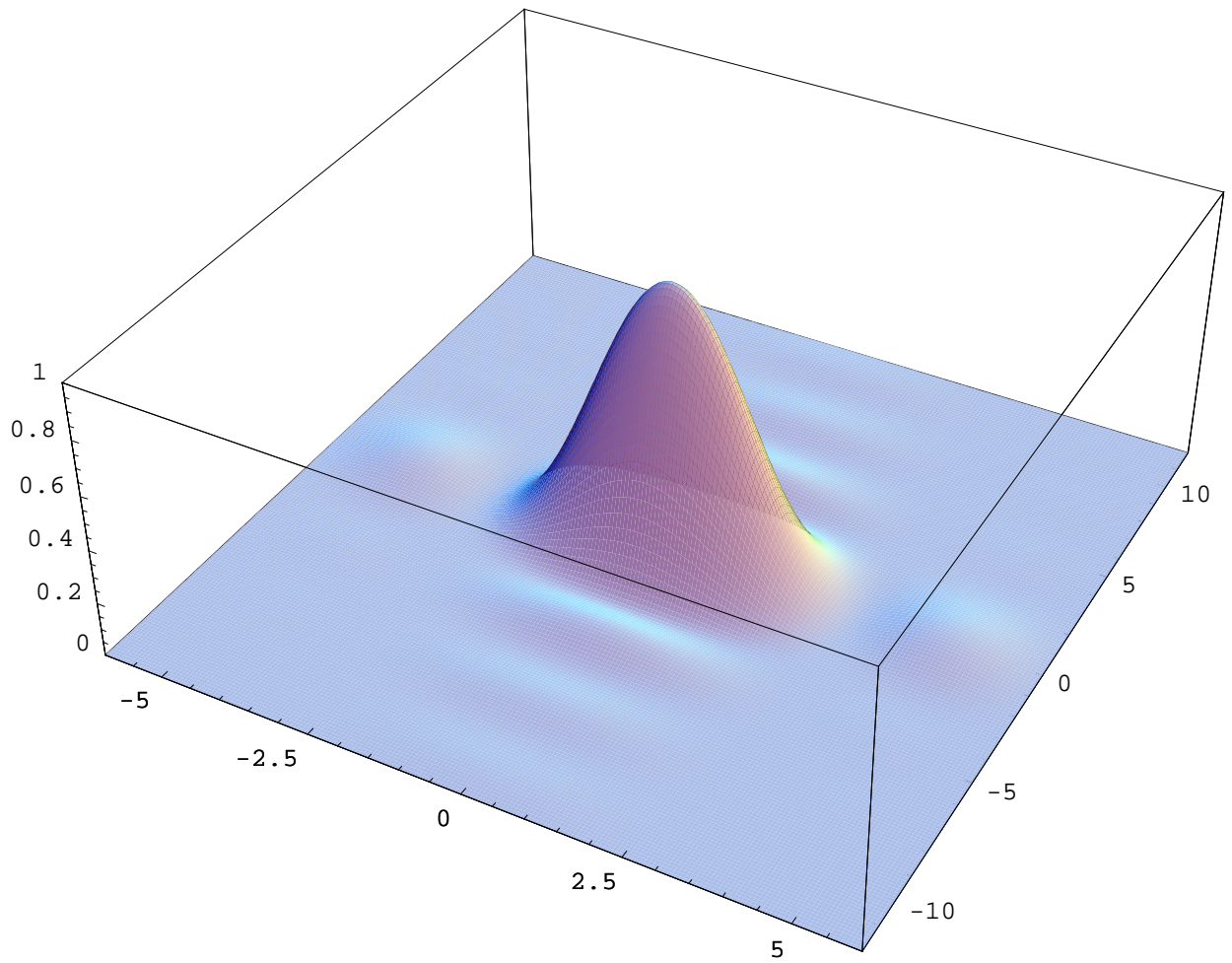

```
Plot3D[(Sin[x] / x) ^ 2 * (Sin[y] / y) ^ 2, {x, -6, 6},  
{y, -12, 12}, PlotPoints -> 70, Axes -> True, PlotRange -> {0, 1}]
```




```
Plot3D[(Sin[x] / x) ^ 2 * (Sin[y] / y) ^ 2, {x, -6, 6},  
{y, -12, 12}, PlotPoints -> 110, Axes -> True, PlotRange -> {0, 1}]
```

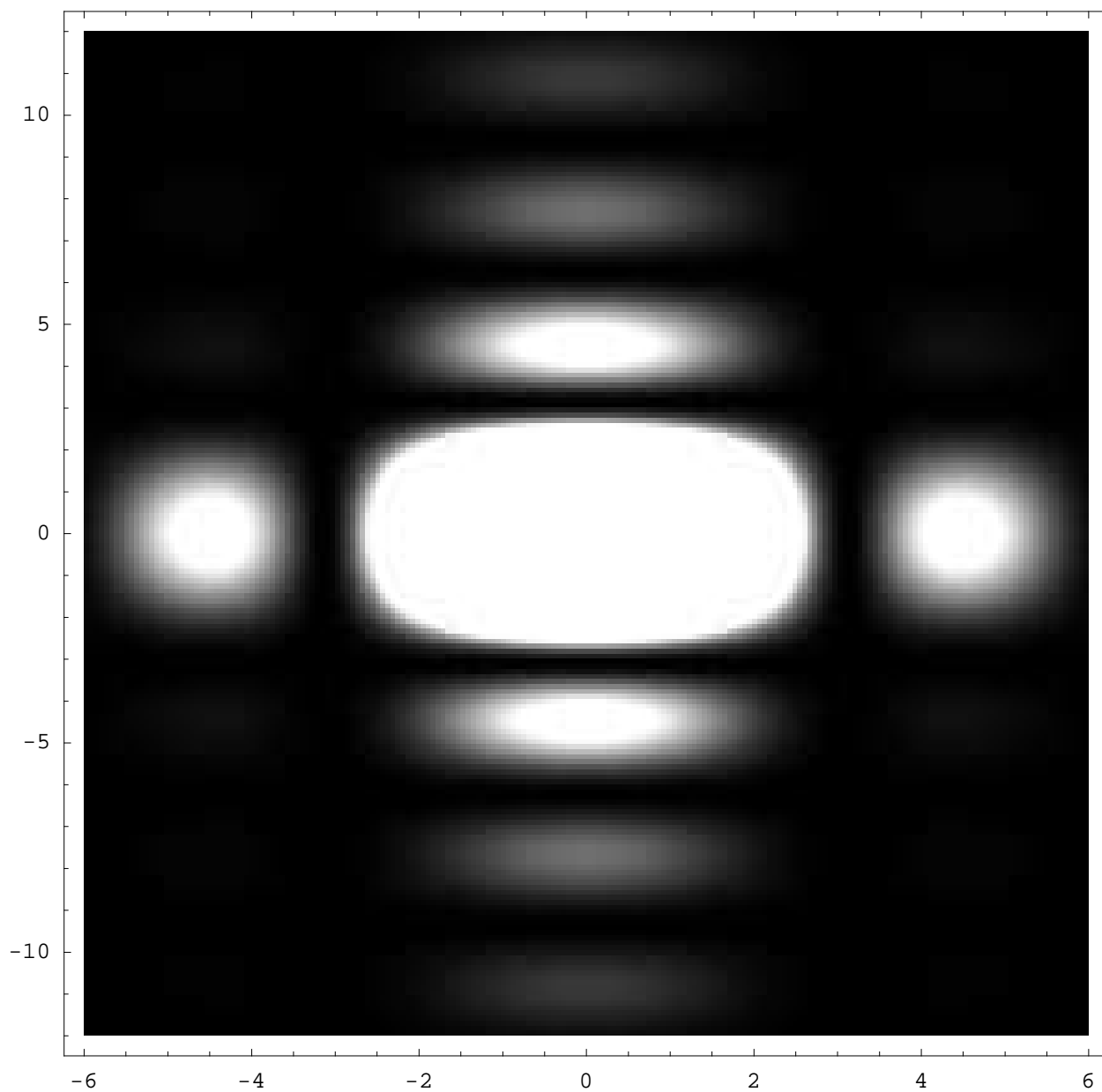


```
Plot3D[(Sin[x] / x)^2 * (Sin[y] / y)^2, {x, -6, 6}, {y, -12, 12},  
PlotPoints -> 200, Mesh -> False, Axes -> True, PlotRange -> {0, 1}]
```



Příklad 2/3

```
DensityPlot[(Sin[x]/x)^2*(Sin[y]/y)^2, {x, -6, 6},  
{y, -12, 12}, PlotPoints -> 200, Mesh -> False, Axes -> False]
```

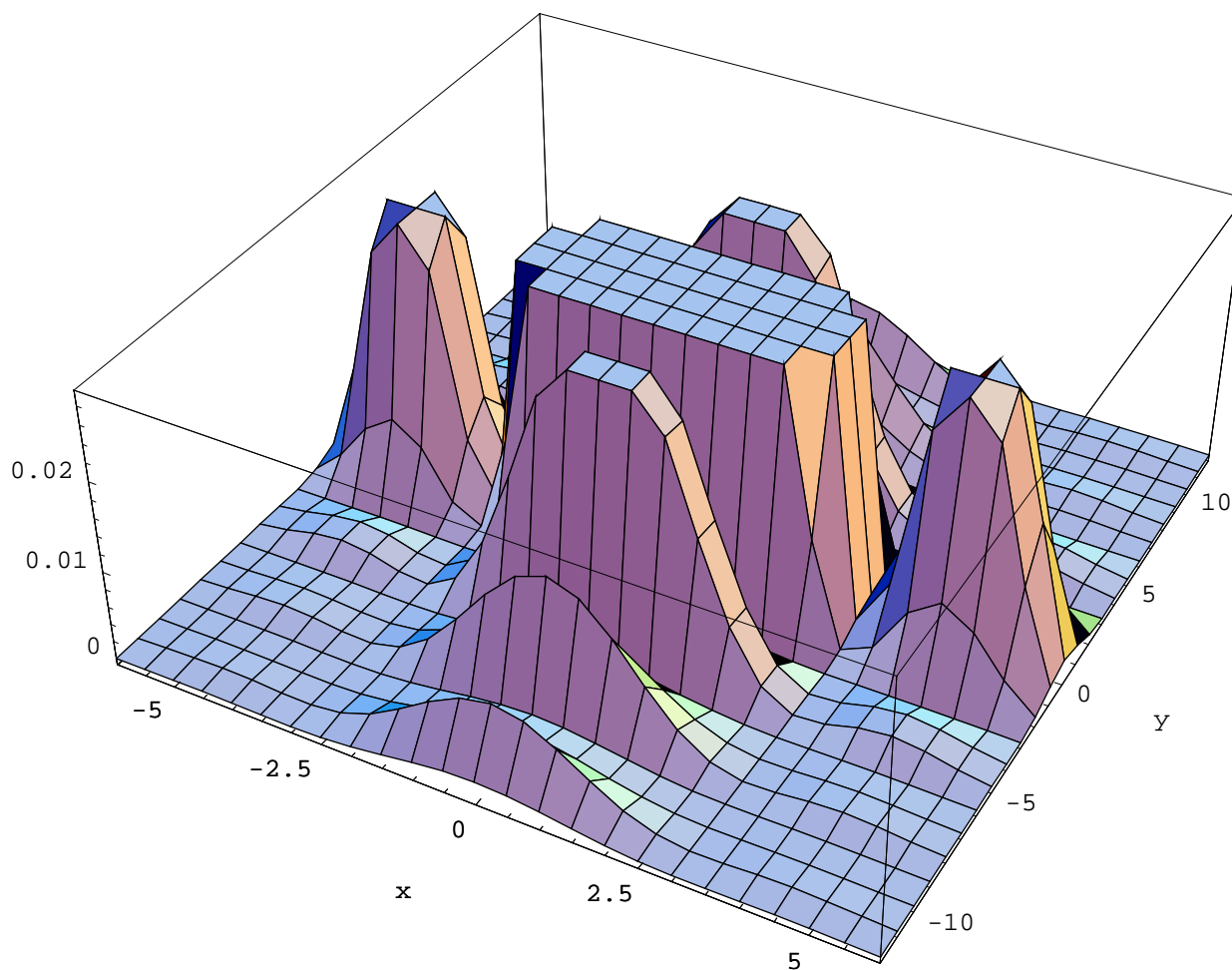


10 of 14

Příklad 2/4

Mathematica CalcCenter:

```
Plot3D[ $\left(\frac{\text{Sin}[x]}{x}\right)^2 \left(\frac{\text{Sin}[y]}{y}\right)^2$ , {x, -6, 6}, {y, -12, 12}, "Default", "None"]
```

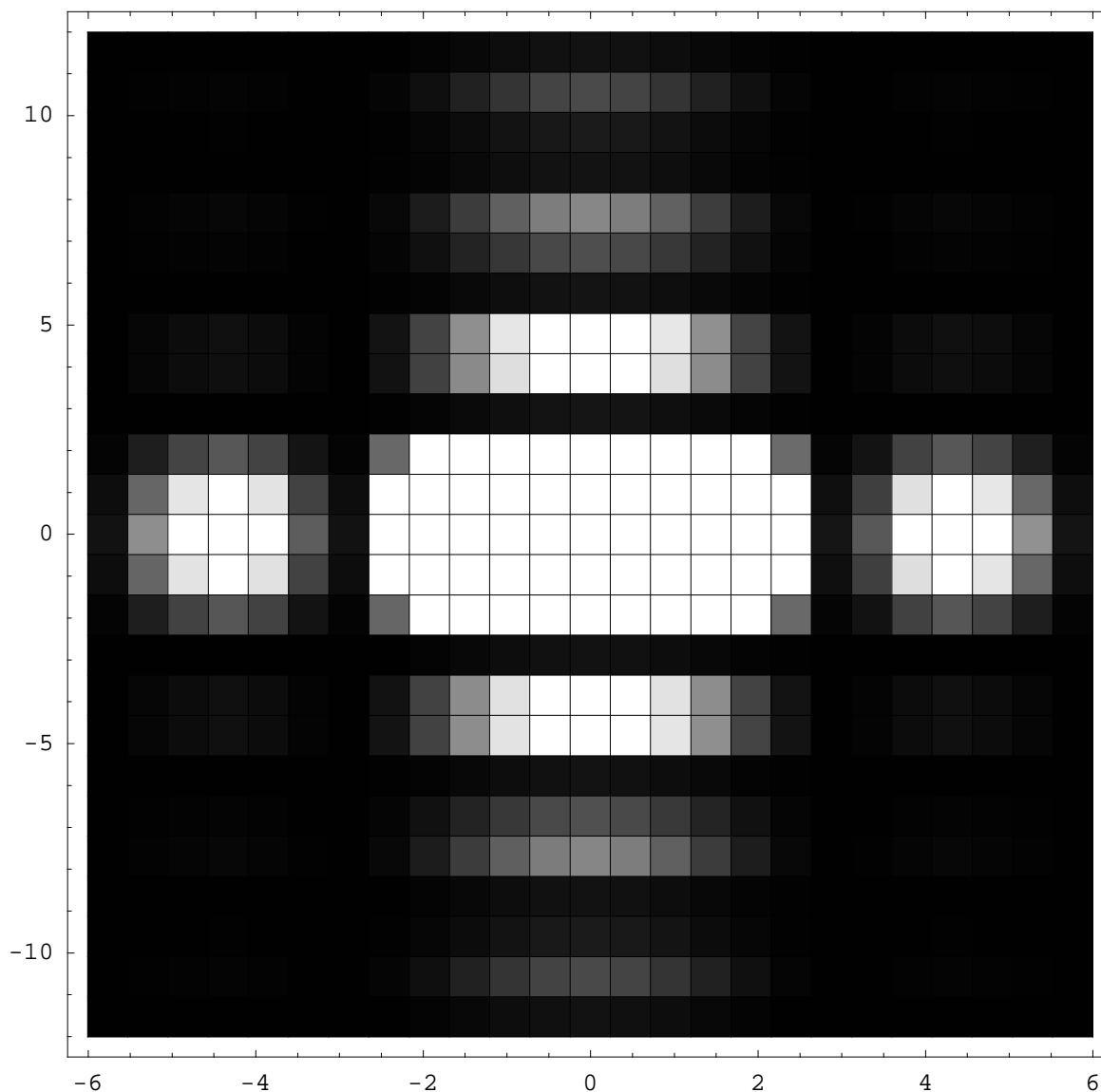


Opět narážíme na problém, že Mathematica CalcCenter nemá v příkazech Plot volby PlotPoints a PlotRange



Příklad 2/5

```
DensityPlot[ $\left(\frac{\text{Sin}[x]}{x}\right)^2 \left(\frac{\text{Sin}[y]}{y}\right)^2$ , {x, -6, 6}, {y, -12, 12}, "Default", "None"]
```



12 of 14

Příklad 3/1

Elektrické pole elektrostatických multipólů složených z bodových nábojů

Uvažujeme multipól složený z N bodových nábojů o velikostech Q_n ;
 $n = 1, 2, \dots, N$. Polohy nábojů jsou popsány polohovými vektory \mathbf{r}_n .

Skalární potenciál elektrostatického pole takových multipólů v bodě P je $\varphi(P) =$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^N \frac{Q_n}{|\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_n|},$$

intenzita elektrostatického pole ve stejném bodě je $\mathbf{E}(P) = -\text{grad } \varphi(P)$

Znázornění elektrostatického pole :

- pomocí siločar. Rovnici siločar v kartézských

$$\text{souřadnicích v rovině lze získat řešením diferenciální rovnice } \frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y},$$

obdobnou diferenciální rovnici lze definovat i v libovolných křivočarých souřadnicích. V řešení.

- pomocí znázornění ekvipotenciálních ploch a orientací vektoru elektrické intenzity ve zvolených bodech. Řešeno v publikaci R. L. Zimmerman, F. I. Olness, *Mathematica for Physics*. Addison - Wesley Publishing Company, Inc., New York, 2002.



Příklad 3/2

Vytvorim si vlastní funkci `VEPlot[]`, která mi v jednom grafu zobrazí ekvipotenciolove plochy (V) a siločary (E). K tomu je třeba nahrát i potřebne knihovny.

```
Needs["Graphics`PlotField`"]
```

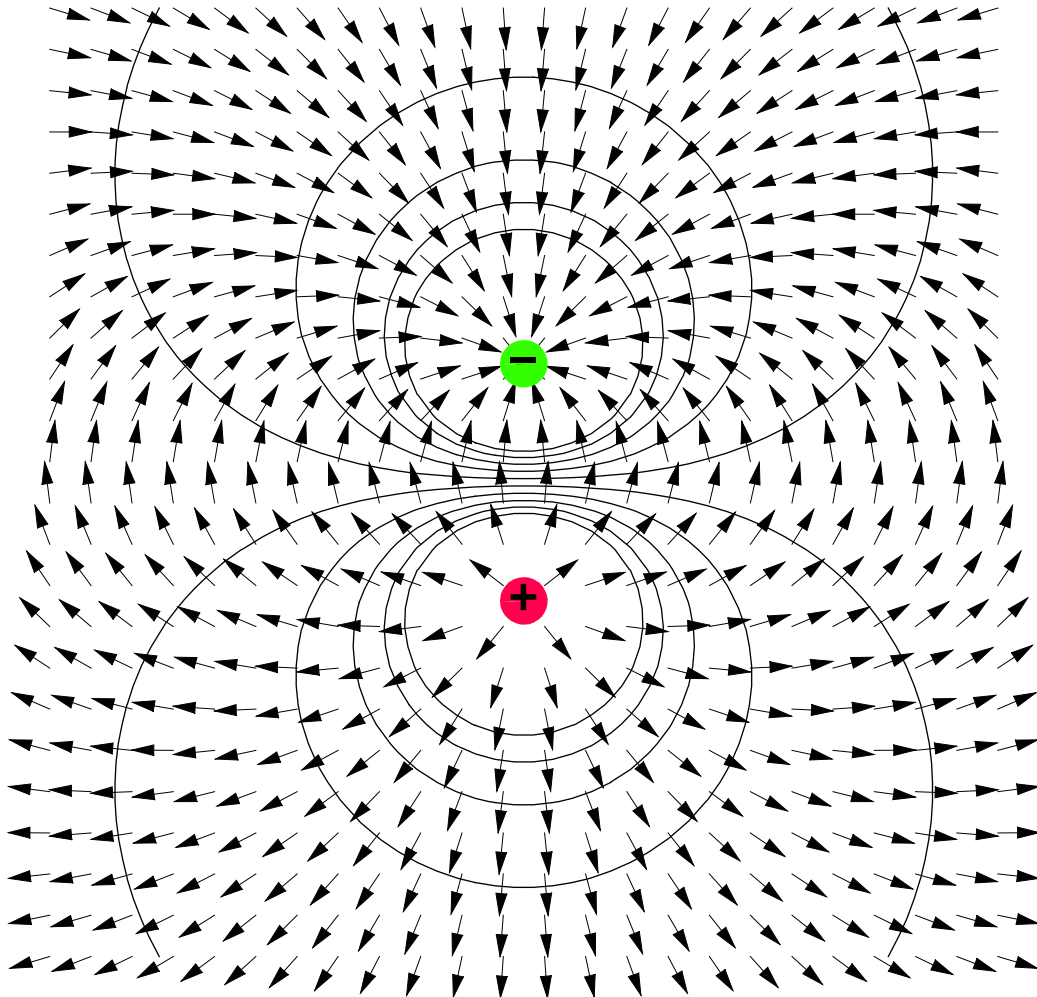
```
VEPlot[potential_, xlim_, ylim_, opts___] :=
Module[{plot1, plot2},
plot1 = PlotGradientField[-potential, xlim,
ylim, PlotPoints -> 24, ScaleFunction -> (1 &), DisplayFunction -> Identity];
plot2 = ContourPlot[potential, xlim, ylim, ContourShading -> False,
ContourSmoothing -> True, DisplayFunction -> Identity, PlotPoints -> 50];
Show[{plot1, plot2}, opts, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
VEPlot[potential_, opts___] := VEPlot[potential, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, opts]
```

Elementární dipól

```
dipole = 1 / (Sqrt[x^2 + (y + 1/2)^2]) - 1 / (Sqrt[x^2 + (y - 1/2)^2])
```

$$-\frac{1}{\sqrt{x^2 + \left(-\frac{1}{2} + y\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{1}{2} + y\right)^2}}$$

```
VEPlot[dipole,
  Epilog -> {{Hue[0.3], Disk[{0, 1/2}, 0.1], GrayLevel[0], Text[StyleForm["-", FontSize -> 24,
    FontWeight -> "Bold"], {0, 1/2}]}, {Hue[0.95], Disk[{0, -1/2}, 0.1],
    GrayLevel[0], Text[StyleForm["+", FontSize -> 24, FontWeight -> "Bold"], {0, -1/2}]}}];
```



⏪

⏩

⏪

⏩

14 of 14

Příklad 3/3

Elementární axiální oktupól

$$\text{octupole} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - 3/2)^2}} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + (y - 1)^2}} + \frac{3}{\sqrt{x^2 + (y - 1/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - 0)^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + \left(-\frac{3}{2} + y\right)^2}} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + (-1 + y)^2}} + \frac{3}{\sqrt{x^2 + \left(-\frac{1}{2} + y\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$


```
VEPlot[octupole, {x, -2.1, 2.1}, {y, -1.1, 3.1}, Epilog -> {
  Hue[0.95], Disk[{0, 3/2}, 0.1], GrayLevel[0],
  Text[StyleForm["+", FontSize -> 24, FontWeight -> "Bold"], {0, 3/2}],
  Hue[0.3], Disk[{0, 1}, 0.2], GrayLevel[0],
  Text[StyleForm["-", FontSize -> 24, FontWeight -> "Bold"], {0, 1}],
  Hue[0.95], Disk[{0, 1/2}, 0.2], GrayLevel[0],
  Text[StyleForm["+", FontSize -> 24, FontWeight -> "Bold"], {0, 1/2}],
  Hue[0.3], Disk[{0, 0}, 0.1], GrayLevel[0],
  Text[StyleForm["-", FontSize -> 24, FontWeight -> "Bold"], {0, 0}]}];
```

